**高数复习资料2（第4、5、6章）**

**考点一、有关不定积分的概念和性质概念和性质的相关题目**

例1、若是的一个原函数，则（ ）

A、 B、

C、 D、

例2、若连续，则下列等式正确的是 （ ）

A、 B、

C、 D、

例3、设函数的一个原函数为，则（ ）

A、 B、 C、 D、

例4、若，则（ ）

A、 B、

C、的原函数相差一个常数k D、

**考点二、不定积分的计算-直接积分法**

直接利用不定积分的基本性质和基本积分公式（有时需先将被积函数恒等变形）求出不定积分.

例1、求.

例2、求.

例3、求.

**考点三、不定积分的计算-换元积分法**

1、第一换元积分法（凑微分法）

.

这里假设.

例1、求.

例2、求.

例3、求.

2、第二换元积分法

（1）、三角换元法

令，具有连续的导数，则

.

这里假设.

（2）、代数换元法



例1、求.

例2、求.

例3、求.

**考点四、不定积分的计算-分部积分法**

设函数及具有连续导数，则有分部积分公式：

或.

注：求解的关键是选择和，（“反、对、幂、三、指”的优先级递增）.

例1、求.

例2、求.

例3、求.

**考点五、有关定积分的概念和性质概念和性质的相关题目**

设在区间上可积，

（1）、.

（2）、.

（3）、对任意三点，有.

（4）、.

（5）、设在上满足，则.

推论1：设，则.

推论2：.

（6）、设分别是函数在区间上的最大值及最小值，则.

（7）、(积分中值定理)如果函数在区间上连续，则至少存在一点，使得成立.

称为在区间上的积分平均值.

（8）、设函数在区间上可积，则.

推论1：若是奇函数，且在上可积，.

推论2：若是偶函数，且在上可积，.

例1、设函数为连续函数，求.

例2、设函数为连续函数，且满足，求.

**考点六、涉及变上限函数相关题目**

**变上限函数**

设在区间上连续，则对任意，在上可积，即存在，故是上限的函数，记作.

定理1：设在区间上连续，则区间上可导，且.

推论1：对变下限积分，有.

推论2：在区间上连续，为可导函数，则有

.

推论3：在区间上连续，为可导函数，则有

.

定理2： (原函数存在定理)设在区间上连续，则是在区间上的一个原函数.

**注：**1、是一个常数.

2、是区间内的函数，是的一个原函数，且可导.

3、表示所有的原函数.

例1、求.

例2、已知，求.

例3、设，则.

例4、设函数在区间[-1,1]上连续，则是函数的

A.连续点 B.可去间断点 C.跳跃间断点 D.第二类间断点

例5、设函数，，则当时，是的

A.低阶无穷小 B.高阶无穷小 C. 等价无穷小 D.同阶非等价无穷小

例6、设为连续函数，且，则.

例7、若函数，则.

例8、函数的单调减区间为\_\_\_\_\_\_\_\_.

**考点七、牛顿—莱布尼茨公式（N—L公式）**

设在区间上连续，为的一个原函数，则.

例1、求.

例2、求.

例3、求.

**考点八、定积分的积分法**

1、换元积分法

设在区间上连续，函数满足：

（1）、，；

（2）、在上具有连续的导数，且为单值函数，则

.

例1、求.

例2、求.

2、分部积分法

设函数在区间上具有连续的一阶导数，则（或）.

例1、求.

例2、求.

例3、求.

**考点九、广义积分敛散性的判定**

例1、下列广义积分收敛是（ ）

A． B. C.  D.

例2、下列结论中正确的是（ ）

A.与都收敛 B.与都发散

C.发散，收敛 D.收敛，发散

**考点十、求平面图形的面积及其绕坐标轴旋转所得旋转体的体积**

解题步骤：

（1）、画出平面图形，求出关键点；

（2）、确定积分变量，找出积分区间；

（3）、代入相应面积或体积公式计算.

**注：**画出准确图形是求面积和体积的基础；确定平面图形是X型还是Y型是正确运用面积公式和体积公式的依据.还应注意各个公式所使用的条件，给出的公式是标准形式的图形，对于具体的图形还需要适当的调整公式.

X型图形公式:

；

；



Y型图形公式:

；

；

.

例1、设抛物线与两坐标轴所围成图形为；抛物线与轴所围成图形为,求分别绕轴旋转一周所产生的旋转体体积.

例2、求由曲线与直线所围成平面图形的面积及分别绕，轴旋转所得立体体积.

例3、设由直线和抛物线所围平面图形为.求：

（1）这个平面图形的面积；

（2）这个图形绕轴旋转一周所得几何体的体积.